8-Ч

УДК 519.7:007.52; 519.711.3

Г.Г. Четвериков, И.Д. Вечирская
Харьковский национальный университет радиоэлектроники, г. Харьков, Украина
ira_se@list.ru

Формальное описание логического пространства

Развита теория логического поля, логического векторного пространства, что позволяет определить класс задач, решаемых с помощью линейных логических преобразований. Приведена предикатная интерпретация логического пространства, которая является в свою очередь промежуточным этапом между формализацией естественноязыковой задачи и ее программной реализацией.

Введение

Самые разные методы формализации естественного языка достигли на сегодняшний день широкого распространения. Среди них используются формальные грамматики [1], теория вероятностей, теория логических систем [2], [3], и даже синергетика и квантовая механика [4]. Однако хотя человек и достиг определенных успехов в создании систем, понимающих человеческий язык и строящих фразы на нем, но сегодняшние методологии не позволяют создавать системы с той степенью гибкости и общности, которые присущи человеческой речи. Но попытки формального описания естественного языка целесообразно продолжать хотя бы для того, чтобы более точно понять, каким образом человек воспринимает естественноязыковую информацию [5]. Одним из универсальных средств формального описания естественного языка являются логические (реляционные) сети, основанные на алгебре конечных предикатов [6]. Преимуществами этих сетей можно считать следующие: они являются средством описания произвольных отношений; информация на входе и выходе реализует знания; наличие промежуточных переменных в сети гарантирует отсутствие пробок. Реляционные сети обратимы [7], что позволяет решать задачи анализа и синтеза путем решения систем предикатных уравнений.

Постановка задачи

Логические сети целесообразно использовать для формализации не только фрагментов естественного языка, но и для объектов произвольной природы. Таким образом, исследования методов построения и работы логических сетей и линейных логических преобразований как основного средства их реализации является важной и перспективной задачей. **Цель статьи** – исследование свойств логических пространств для дальнейшего развития теории линейных логических преобразований и перспектив их использования при построении реляционных сетей.

Формальное описание логического поля

Введем непустое множество G, называемое логическим полем [8]. Логическими скалярами соответственно будем называть элементы множества G. Далее определим операции над скалярами.

Дизъюнкция скаляров $\alpha \vee \beta$ или операция логического сложения определена на множестве $G \times G$ и принимает значения из G. Для операции сложения скаляров

выполняются следующие аксиомы идемпотентности, закон коммутативности, закон ассоциативности, закон нуля и закон единицы. Скаляр 0, который встречается в законе нуля, носит соответственно название нулевого скаляра или нуля поля G, скаляр 1, встречаемый в законе единицы, – соответственно единичного скаляра или единицы поля G.

Конъюнкция скаляров $\alpha \wedge \beta = \alpha\beta$ или операция логического умножения определена на множестве $G \times G$ и принимает значения из G. Для операции умножения скаляров выполняются следующие аксиомы идемпотентности, закон коммутативности, закон ассоциативности, закон нуля и закон единицы. Сложение и умножение скаляров связывают законы дистрибутивности и элиминации.

Одноместная операция отрицания скаляров $\overline{\alpha}$ определена на множестве G и принимает значения из G. Для операции отрицания скаляра выполняются следующие аксиомы двойного отрицания, отрицания нуля, отрицания единицы.

Операции отрицания со сложением и умножением скаляров связывают закон исключения третьего, законы де Моргана для отрицания дизъюнкции конъюнкции скаляров, закон свертывания. Перечисленные выше законы называются аксиомами логического поля. Взятое само по себе, логическое поле можно отождествить с алгеброй Буля. Но в то же время законы (аксиомы) логического поля не полностью совпадают с аксиомами булевой алгебры. Булевой алгеброй называется любое множество G вместе с заданными на нем операциями $\vee$, $\wedge$ и $\neg$, которые удовлетворяют семи законам (из парных законов выбираем по одному закону): идемпотентности, коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности, свертывания, двойного отрицания и де Моргана [9-11]. Остальные свойства, указанные в перечне аксиом логического поля, выводятся логически из законов булевой алгебры.

Примеры скалярных полей. Примером поля является алгебра логических элементов. В ней в роли G выступает множество $\{0,1\}$ с заданными на нем операциями дизъюнкции $0 \vee 0 = 0$, $0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1 \vee 1 = 1$, конъюнкции $0 \wedge 0 = 0 \wedge 1 = 1 \wedge 0 = 0$, $1 \wedge 1 = 1$ и отрицания $\overline{0} = 1$, $\overline{1} = 0$. Нетрудно убедиться перебором всех вариантов, что все аксиомы поля в алгебре логических элементов выполняются.

Другим примером поля может служить алгебра предикатов с любым числом аргументов. В роли множества G выступает система всех предикатов, заданных на декартовом произведении каких-нибудь множеств. В роли операций $\vee, \wedge, \overline{\ }$ выступают дизъюнкция, конъюнкция и отрицание предикатов.

Еще одним примером поля может служить алгебра множеств. В ней в роли множества G выступает система всех подмножеств какого-нибудь множества. Роль операции сложения скаляров выполняет объединение множеств, роль операции умножения – пересечение множеств, а роль операции отрицания – дополнение множества. Теперь аксиоматически вводим еще одну – верхнюю булеву алгебру и связывающую их третью булеву алгебру.

Формальное описание логического пространства

Введем далее понятие логического пространства и определим в нем операции над векторами. Назовем непустое множество M логическим векторным пространством над полем G. Элементы множества M называются логическими векторами или просто векторами. Дизъюнкция векторов $a \vee b$ или операция логического сложения определена на множестве $M \times M$ и принимает значения из M. Для операции сложения векторов выполняются следующие аксиомы идемпотентности, коммутативности, ассо-

циативности, нуля, единицы. Вектор 0, который встречается в законе нуля, носит соответственно название нулевого вектора или нуля пространства *M*, вектор 1, встречаемый в законе единицы, – соответственно единичного вектора или единицы пространства *M*.

Скалярно-векторное произведение $\alpha \wedge a = \alpha a$ или операция конъюнкции (логического умножения) скаляра α на вектор a определена на множестве $G \times M$ и принимает значения из множества *M*. Запишем закон ассоциативности для операции умножения скаляров и умножения скаляра на вектор в виде следующей аксиомы: $\forall \alpha, \beta \in G \ \ \forall a \in M \ \ (\alpha\beta)a = \alpha(\beta a)$.

Сложения скаляров и векторов и умножения скаляра на вектор связаны такими законами:

1) закон левой дистрибутивности – $\forall \alpha, \beta \in G \ \ \forall a \in M \ \ (\alpha \vee \beta)a = \ = \alpha a \vee \beta a$;

2) закон правой дистрибутивности – $\forall \alpha \in G \ \ \forall a, b \in M \ \ \alpha(a \vee b) = \ \alpha a \vee \alpha b$;

3) закон нуля – $\forall a \in M \ \ 0 \cdot a = 0$;

4) закон единицы – $\forall a \in M \ \ 1 \cdot a = a$.

Аксиомы логического поля, вместе с только что приведенными законами, называются аксиомами логического пространства. Логическое пространство называют ещё логической алгеброй, логическим анализом [8].

В логической алгебре, в отличие от булевой алгебры, аксиомы еще наращиваются. Обобщая и несколько упрощая, можно сказать, что логическая алгебра представляет собой двухэтажную структуру – две различные булевы алгебры, расположенные одна над другой, и связаны между собой третьей булевой алгеброй. Как видим, вторая и третья булевы алгебры задаются неполным перечнем свойств (из парных законов берется по одному). Это вызвано тем, что остальные свойства этих двух алгебр чисто логически выводятся из совокупности всех аксиом. Так, что это – все-таки булевы алгебры. Некоторые аксиомы логического пространства не являются необходимыми условиями. Таким образом, система аксиом логического пространства сократима. Избыточность вводится для удобства практического пользования логической алгеброй. Кому нужна такая сложная и искусственная конструкция? Оказывается, что все, кто хотя бы немного имели дело с логическими конструкциями, на каждом шагу ясно чувствуют присутствие этой двухэтажности с перевязкой этажей. В естественном языке такая двухэтажность явно присутствует в лице семантики и синтаксиса предложения. Подобная двухэтажность прослеживается и в алгебре предикатов. Так, после вычисления значения предиката, он обращается в 0 или 1, то есть в скаляр, а есть еще и предикат, который выполняет роль вектора. Когда подставляем значения только некоторых из переменных, то в формуле появляются скаляры и вместе с тем остаются предикаты, и приходится выполнять скалярно-векторные операции. В естественном языке высказывания играют роль векторов, а их истинностные значения – роль скаляров. Если предикаты принять за скаляры, то в роли векторов окажутся операции над предикатами. При аксиоматическом изучении механизмов естественного языка можно увидеть, как скаляры взаимодействуют с векторами в языке на примере выполнения закона сохранения нуля: $белое(ничто(x)) = ничто(x)$. Таких примеров можно привести множество.

Предикатная интерпретация логического пространства

Приведем пример предикатной интерпретации логического пространства. Пусть $G = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $M = \{a, b\}$. Скаляры – всевозможные унарные предикаты типа $P(x)$ на G; векторы – всевозможные бинарные предикаты типа $Q(y, z)$ на $M \times M$.

Таблица 1 – Представление скаляров $P_0(x)$ – $P_7(x)$ логического пространства

x	$P_0(x)$	$P_1(x)$	$P_2(x)$	$P_3(x)$	$P_4(x)$	$P_5(x)$	$P_6(x)$	$P_7(x)$
α	0	0	0	0	1	1	1	1
β	0	0	1	1	0	0	1	1
γ	0	1	0	1	0	1	0	1

Таблица 2 – Представление векторов Q_0 – Q_7 логического пространства

y	z	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7
a	a	0	0	0	0	0	0	0	0
a	b	0	0	0	0	1	1	1	1
b	a	0	0	1	1	0	0	1	1
b	b	0	1	0	1	0	1	0	1
a	a	1	1	1	1	1	1	1	1
a	b	0	0	0	0	1	1	1	1
b	a	0	0	1	1	0	0	1	1
b	b	0	1	0	1	0	1	0	1

В табл. 1 выписаны всевозможные скаляры, а в табл. 2 – всевозможные векторы указанного логического пространства. Всего представлено 8 скаляров (табл. 1) и 16 векторов (табл. 2).

Далее в примерах будем рассматривать описанное выше логическое пространство.

Независимая совокупность векторов

В связи с использованием свойств логического пространства при описании действий с линейными логическими преобразованиями представляется важной задача исследования таких понятий, как базис и размерность логического пространства [8].

Далее введем в логическом пространстве понятия комбинации векторов и независимой системы векторов. Комбинацией векторов $a_1, a_2, ..., a_m$ называется вектор u, равный

$$u = \alpha_1 a_1 \vee \alpha_2 a_2 \vee ... \vee \alpha_m a_m = \mathop{\vee}_{k=1}^{m} \alpha_k a_k,$$

где $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ – коэффициенты комбинации (какие-нибудь скаляры). В введенных выше обозначениях среди векторов $a_1, a_2, ..., a_m$ могут встречаться одинаковые. Комбинация комбинаций векторов $a_1, a_2, ..., a_m$ снова будет комбинацией тех же векторов.

Пример 1. Запишем какую-нибудь комбинацию заданных векторов логического пространства, приведенного в примере выше.

$$u = \alpha_1 a_1 \vee \alpha_2 a_2 = P_2 Q_6 \vee P_3 Q_8 = x^{\beta}\left(y^a z^b \vee y^b z^a\right) \vee \left(x^{\beta} \vee x^{\gamma}\right) y^a z^a =$$
$$= x^{\beta}\left(y^a z^b \vee y^b z^a \vee y^a z^a\right) \vee x^{\gamma} y^a z^a = P_2 Q_{14} \vee P_1 Q_8.$$

Здесь мы выполняли скалярно-векторное произведение. Оно совершалось по правилам логического умножения предикатов.

Другие примеры комбинаций векторов можно найти в [8].

Пример 2. Теперь образуем все комбинации каких-нибудь векторов этого же логического пространства. Для примера возьмем векторы Q_6 и Q_9. Результаты приведены в табл. 3, где i – индекс при скаляре P, j – индекс при векторе Q.

Таблица 3 – Комбинации векторов Q_6 и Q_9 логического пространства

шаг	Входные индексы				Выходные индексы				шаг	Входные индексы				Выходные индексы			
	i_1	j_1	i_2	j_2	j_1	j_1	i_2	j_2		i_1	j_1	i_2	j_2	i_1	j_1	i_2	j_2
1	0	6	0	9	0				*33*	4	6	0	9	4	6		
2	0	6	1	9			1	9	*34*	4	6	1	9	4	6	1	9
3	0	6	2	9			2	9	*35*	4	6	2	9	4	6	2	9
4	0	6	3	9			3	9	*36*	4	6	3	9	4	6	3	9
5	0	6	4	9			4	9	*37*	4	6	4	9	4	15		
6	0	6	5	9			5	9	*38*	4	6	5	9	4	15	1	9
7	0	6	6	9			6	9	*39*	4	6	6	9	4	15	2	9
8	0	6	7	9			7	9	*40*	4	6	7	9	4	15	3	9
9	1	6	0	9	1	6			*41*	5	6	0	9	5	6		
10	1	6	1	9	1	15			*42*	5	6	1	9	4	6	1	15
11	1	6	2	9	1	6	2	9	*43*	5	6	2	9	5	6	2	9
12	1	6	3	9	1	15	2	9	*44*	5	6	3	9	5	6	3	9
13	1	6	4	9	1	6	4	9	*45*	5	6	4	9	1	6	4	15
14	1	6	5	9	1	15	4	9	*46*	5	6	5	9	5	15		
15	1	6	6	9	1	6	6	9	*47*	5	6	6	9	5	6	6	9
16	1	6	7	9	1	15	6	9	*48*	5	6	7	9	5	15	2	9
17	2	6	0	9	2	6			*49*	6	6	0	9	6	6		
18	2	6	1	9	2	6	1	9	*50*	6	6	1	9	6	6	1	9
19	2	6	2	9	2	15			*51*	6	6	2	9	4	6	2	15
20	2	6	3	9	2	15	1	9	*52*	6	6	3	9	6	6	3	9
21	2	6	4	9	2	6	4	9	*53*	6	6	4	9	2	6	4	15
22	2	6	5	9	2	6	5	9	*54*	6	6	5	9	6	6	5	9
23	2	6	6	9	2	15	4	9	*55*	6	6	6	9	6	15		
24	2	6	7	9	2	15	5	9	*56*	6	6	7	9	6	15	1	9
25	3	6	0	9	3	6			*57*	7	6	0	9	7	6		
26	3	6	1	9	2	6	1	15	*58*	7	6	1	9	6	6	1	15
27	3	6	2	9	1	6	2	15	*59*	7	6	2	9	5	6	2	15
28	3	6	3	9	3	15			*60*	7	6	3	9	4	6	3	15
29	3	6	4	9	3	6	4	9	*61*	7	6	4	9	3	6	4	15
30	3	6	5	9	3	6	5	9	*62*	7	6	5	9	2	6	5	15
31	3	6	6	9	3	6	6	9	*63*	7	6	6	9	1	6	6	15
32	3	6	7	9	3	15	4	9	*64*	7	6	7	9	7	15		

Таблица 4 – Комбинации векторов Q_6 и Q_9 на шагах 30, 31, 44, 47, 52, 54

шаг	Входные индексы				Выходные индексы					
	i_1	j_1	i_2	j_2	i_1	j_1	i_2	j_2	i_3	j_3
30	3	6	5	9	2	6	4	9	1	15
31	3	6	6	9	1	6	4	9	2	15
44	5	6	3	9	4	6	2	9	1	15
47	5	6	6	9	1	6	2	9	4	15
52	6	6	3	9	4	6	1	9	2	15
54	6	6	5	9	2	6	1	9	4	15

Комбинации векторов на шагах 30, 31, 44, 47, 52, 54 рассмотрены подробнее в табл. 4.

Комбинация векторов, все коэффициенты которой равны нулю, называется тривиальной. У нетривиальной комбинации векторов хотя бы один коэффициент равен единице [8]. Таким образом, тривиальная комбинация любых векторов равна нулю.

Пример 3. В приведенном в примере логическом пространстве скаляр P_0 и вектор Q_0 являются нулевыми, а скаляр P_7 и вектор Q_{15} – соответственно единичными скаляром и вектором. Выполнение всех свойств нуля и единицы, указанных в определении логического пространства, следует из свойств предикатов, соответственно тождественно равных нулю и единице.

Пример 4. Следующая комбинация векторов Q_{10} и Q_{11}

$$u = P_0Q_{10} \vee P_0Q_{11} = P_0(x)Q_{10}(y,z) \vee P_0(x)Q_{11}(y,z) =$$
$$= 0 \cdot \left(y^a z^a \vee y^b z^a\right) \vee 0 \cdot \left(y^a z^a \vee y^b z^a \vee y^b z^b\right) = 0$$

является тривиальной комбинацией векторов.

Комбинация же векторов Q_6 и Q_8 из примера 1 нетривиальна.

Если вектор u можно представить в виде комбинации векторов $a_1, a_2, ..., a_m$, то говорят, что u зависит от векторов $a_1, a_2, ..., a_m$. Таким образом, нулевой вектор зависит от любой непустой совокупности векторов. Если вектор u невозможно выразить через какую бы то ни было комбинацию векторов $a_1, a_2, ..., a_m$, то говорят, что u не зависит от векторов $a_1, a_2, ..., a_m$.

Пример 5. Укажем пример вектора, зависящего от векторов какой-либо системы в некотором логическом пространстве.

Пусть $G = \{a, b, c\}$, $M = \{a, b\}$. Скаляры – всевозможные унарные предикаты типа $P(x)$ на G; векторы – всевозможные бинарные предикаты типа $Q(x, y)$ на $M \times M$. Далее выпишем в табл. 5 всевозможные векторы и скаляры этого логического пространства.

Таблица 5 – Представление скаляров P_0 – P_7 логического пространства

x	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
a	0	0	0	0	1	1	1	1
b	0	0	1	1	0	0	1	1
c	0	1	0	1	0	1	0	1

Всего представлено 8 скаляров.

Выписываем в табл. 6 – 7 векторы:

Таблица 6 – Представление векторов Q_0 – Q_7 логического пространства

x	y	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7
a	a	0	0	0	0	0	0	0	0
a	b	0	0	0	0	1	1	1	1
b	a	0	0	1	1	0	0	1	1
b	b	0	1	0	1	0	1	0	1

Таблица 7 – Представление векторов Q_8 – Q_{15} логического пространства

x	y	Q_8	Q_9	Q_{10}	Q_{11}	Q_{12}	Q_{13}	Q_{14}	Q_{15}
a	a	1	1	1	1	1	1	1	1
a	b	0	0	0	0	1	1	1	1
b	a	0	0	1	1	0	0	1	1
b	b	0	1	0	1	0	1	0	1

Всего представлено 16 векторов.

Для того чтобы были зависимые векторы, необходимо, чтобы у векторов и скаляров пересекались как переменные, от которых они зависят, так и их области значений.

$$P_2Q_6 \vee P_3Q_8 = x^b\left(x^a y^b \vee x^b y^a\right) \vee \left(x^b \vee x^c\right) x^a y^a = x^b y^a = Q_2 .$$

Таким образом, вектор Q_2 зависит от векторов Q_6 и Q_8.

Введем понятие независимой системы векторов как непустой системы $\{a_k\}_{k=1}^{m} = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$, у которой каждый из векторов, входящих в систему векторов, не зависит от остальных её векторов. Иначе, другими словами, можно сказать, что система называется независимой, если ни один из векторов системы нельзя представить через комбинацию остальных.

Таким образом, любая система, состоящая из одного ненулевого вектора, считается независимой. Вектор 0 не входит ни в какую независимую систему векторов, содержащую ненулевые векторы. Зависимая система векторов содержит хотя бы один вектор, зависящий от остальных.

Утверждение. Если совокупность векторов $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ независима, а совокупность векторов $\{a_1, a_2, ..., a_m, a_{m+1}\}$ зависима, то вектор a_{m+1} есть комбинация векторов $a_1, a_2, ..., a_m$.

Каждая подсистема независимой системы векторов тоже будет независимой. Независимость системы векторов, таким образом, является «наследственным» свойством.

Пример 6. Образуем какую-нибудь независимую систему векторов. Для этого возьмем какую-нибудь систему векторов и исключим из нее зависимые векторы. В качестве исходной берем $\{Q_2, Q_6, Q_8\}$ из пространства, приведенного в предыдущем примере. Вектор Q_2 зависит от векторов Q_6 и Q_8, исключив его, получим систему $\{Q_6, Q_8\}$. Доказываем, что эти векторы не зависят друг от друга. Аналогичными вычислениями убеждаемся, что из Q_6 нельзя получить Q_8 ни при каком значении коэффициента: $P_0Q_6 = Q_0$, $P_1Q_6 = Q_0$, $P_2Q_6 = Q_2$, $P_3Q_6 = Q_2$, $P_4Q_6 = Q_4$, $P_5Q_6 = Q_4$, $P_6Q_6 = Q_6$, $P_7Q_6 = Q_6$. Таким же образом убеждаемся, что из Q_8 нельзя получить Q_6: $P_0Q_8 = Q_0$, $P_1Q_8 = Q_0$, $P_2Q_8 = Q_0$, $P_3Q_8 = Q_0$, $P_4Q_8 = Q_8$, $P_5Q_8 = Q_8$, $P_6Q_8 = Q_8$, $P_7Q_8 = Q_8$. Получили независимую систему $\{Q_6, Q_8\}$.

Совокупность векторов называется порождающей, если все векторы пространства M являются их комбинациями.

Пример 7. Отыщем какую-нибудь порождающую совокупность векторов некоторого логического пространства, которая была бы независимая.

В алгебре из примера 5 порождающей будет, например, система векторов $\{Q_3, Q_{12}\}$. Система независима: $P_0Q_{12} = Q_0$, $P_1Q_{12} = Q_0$, $P_2Q_{12} = Q_0$, $P_3Q_{12} = Q_0$, $P_4Q_{12} = Q_{12}$, $P_5Q_{12} = Q_{12}$, $P_6Q_{12} = Q_{12}$, $P_7Q_{12} = Q_{12}$; $P_0Q_3 = Q_0$, $P_1Q_3 = Q_0$, $P_2Q_3 = Q_3$, $P_3Q_3 = Q_3$, $P_4Q_3 = Q_0$, $P_5Q_3 = Q_0$, $P_6Q_3 = Q_3$, $P_7Q_3 = Q_3$. В системе должно быть два вектора, так как из одного мы можем получить восемь, а нам надо 16, необходимо два вектора (хоть и избыток выйдет). 8 скаляров × 8 векторов = 64 вектора. Надо еще проверить, получим ли все векторы. Результаты проверки записаны в табл. 8.

Оказывается, получаем. Так что система векторов $\{Q_3, Q_{12}\}$ порождает все пространство бинарных предикатов $Q(x, y)(x, y \in \{a, b\})$ над полем унарных предикатов $P(x)(x \in \{a, b, c\})$.

Таблица 8 – Представление комбинаций векторов Q_3 и Q_{12}

шаг	Входные индексы				Выходные индексы	шаг	Входные индексы				Выходные индексы
	i_1	j_1	i_2	j_2	j		i_1	j_1	i_2	j_2	j
1	0	3	0	12	0	*33*	4	3	0	12	0
2	0	3	1	12	0	*34*	4	3	1	12	0
3	0	3	2	12	0	*35*	4	3	2	12	0
4	0	3	3	12	0	*36*	4	3	3	12	0
5	0	3	4	12	12	*37*	4	3	4	12	12
6	0	3	5	12	12	*38*	4	3	5	12	12
7	0	3	6	12	12	*39*	4	3	6	12	12
8	0	3	7	12	12	*40*	4	3	7	12	12
9	1	3	0	12	0	*41*	5	3	0	12	0
10	1	3	1	12	0	*42*	5	3	1	12	0
11	1	3	2	12	0	*43*	5	3	2	12	0
12	1	3	3	12	0	*44*	5	3	3	12	0
13	1	3	4	12	12	*45*	5	3	4	12	12
14	1	3	5	12	12	*46*	5	3	5	12	12
15	1	3	6	12	12	*47*	5	3	6	12	12
16	1	3	7	12	12	*48*	5	3	7	12	12
17	2	3	0	12	3	*49*	6	3	0	12	3
18	2	3	1	12	3	*50*	6	3	1	12	3
19	2	3	2	12	3	*51*	6	3	2	12	3
20	2	3	3	12	3	*52*	6	3	3	12	3
21	2	3	4	12	15	*53*	6	3	4	12	15
22	2	3	5	12	15	*54*	6	3	5	12	15
23	2	3	6	12	15	*55*	6	3	6	12	15
24	2	3	7	12	15	*56*	6	3	7	12	15
25	3	3	0	12	3	*57*	7	3	0	12	3
26	3	3	1	12	3	*58*	7	3	1	12	3
27	3	3	2	12	3	*59*	7	3	2	12	3
28	3	3	3	12	3	*60*	7	3	3	12	3
29	3	3	4	12	15	*61*	7	3	4	12	15
30	3	3	5	12	15	*62*	7	3	5	12	15
31	3	3	6	12	15	*63*	7	3	6	12	15
32	3	3	7	12	15	*64*	7	3	7	12	15

Выводы и перспективы дальнейших исследований

Логическая алгебра имеет сходство с линейной алгеброй [12]. Аналогия имеется как в общей архитектуре этих теорий, так и во многих конкретных свойствах этих алгебр. Логическая алгебра охватывает лишь небольшую часть механизма естественного языка, но зато – часть наиболее фундаментальную. Точно так же линейная алгебра охватывает своей аксиоматической теорией лишь небольшую часть современной математики, но зато эта часть – центральная для всей математики. На базе линейной алгебры затем строят весьма «нелинейные» разделы математики (например, учения о тензорах [13], о полилинейных операторах [12], о метрике [14], о проективных преобразованиях [13] и т.д.). Точно так же математические построения, которые создаются на базе логической алгебры, также выходят далеко за ее пределы, и, таким образом, логическая алгебра оказывается фундаментом и сердцевиной всей логической математики. В частности, логическая

алгебра является основой аксиоматического изучения любых алгебр предикатов и алгебр предикатных операций [6], (а также алгебр предикатов высших ступеней и алгебр операций над предикатными операциями высших ступеней). При переходе от алгебры предикатов к алгебре предикатных операций многие их свойства сохраняются. То же наблюдается и с операциями высших ступеней. Именно на такого рода свойствах сосредоточивает свое внимание логическая алгебра. (Благодаря такому подходу, логическая алгебра оказывается способной охватить огромное количество логико-математических структур.) Понятию логического пространства соответствует в линейной алгебре понятие линейного пространства. Науку, изучающую свойства линейного пространства, называют линейным анализом [15]. Пользуясь аналогией, учение о свойствах логического пространства назовем логическим анализом. При употреблении термина «логический анализ» Рассел [16] понимает под ним науку, изучающую различные философские проблемы логическими средствами. Как известно, одной из философских проблем является изучение природы интеллекта. «Нам представляется, что логическая алгебра может служить тем математическим инструментом, с помощью которого можно будет успешно вести такое изучение» [8].

Литература

1. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. – М.: Наука, 1973. – 368 с.
2. Широков В.А. Інформаційна теорія лексикографічних систем. – К.: Довіра, 1998. – 331 с.
3. Широков В.А. Феноменологія лексикографічних систем. – К.: Наукова думка, 2004. – 327 с.
4. Широков В.А. Очерк основных принципов квантовой лингвистики // Бионика интеллекта: Научн.-техн. журнал. – Х.: Изд-во ХНУРЭ, 2007. – № 1(66). – С. 25-32.
5. Жюль К.К. Вступ до сучасної логіки. – К.: Либідь, 2002. – 152 с.
6. Бондаренко М.Ф., Шабанов-Кушнаренко Ю.П. Теория интеллекта. – Харьков: СМИТ, 2006. – 576 с.
7. Бондаренко М.Ф., Коноплянко З.Д., Четвериков Г.Г. Основи теорії багатозначних структур і кодування в системах штучного інтелекту. – Харків: Фактор-друк, 2003. – 336 с.
8. Шабанов-Кушнаренко Ю.П. Логическая алгебра // Проблемы бионики: Сб. науч. трудов. – Харьков, 1991. – Вып. 46. – С. 3-10.
9. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970. – 392 с.
10. Голдблатт. Топосы. Категорный анализ логики. – М.: Мир, 1983. – 486 с.
11. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2005. – 364 с.
12. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. – М.: Наука, 1975. – 400 с.
13. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. – М.: Наука, 1971. – 272 с.
14. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 320 с.
15. Глазман И.М., Любич Ю.И. Конечномерный линейный анализ. – М., 1969. – 475 с.
16. Рассел Б. История западной философии. – М., 1959. – 932 с.

Г.Г. Четвериков, І.Д. Вечірська

Формальний опис логічного простору

Дістала подальшого розвитку теорія логічного поля, логічного векторного простору, що дає можливість визначити клас задач, які розв’язують за допомогою лінійних логічних перетворень. Наведено предикатну інтерпретацію логічного простору, що служить в свою чергу проміжним етапом між формалізацією природномовної задачі та її програмною реалізацією.

G.G. Chetverikov, I.D. Vechirska

The Formal Description of Logical Field

The theory of logical field, logical vector space are developed. Its allow to define the class of tasks, wich we can solve using linear logical transformations. The predicate interpretation of logical space is leaded. It is a milestone in formalization of natural language problem and its software support.

Статья поступила в редакцию 10.07.2008.